1　多倍長実数計算の実装の試み $\sin\theta \quad \cos\theta \quad \tan\theta$

5°

$\sin(5°) = 0.087155740$

$\sin(5°) = 0.087155742$ (電卓)

$\cos(5°) = 0.996194700$

$\cos(5°) = 0.996194698$ (電卓)

$\tan(5°) = 0.087488660$

$\tan(5°) = 0.087488663$ (電卓)

8°

$\sin(8°) = 0.139173097$

$\sin(8°) = 0.139173100$ (電卓)

$\cos(8°) = 0.990268071$

$\cos(8°) = 0.990268068$ (電卓)

$\tan(8°) = 0.140540830$

$\tan(8°) = 0.140540834$ (電卓)

30°

$\sin(30°) = 0.499999980$

$\sin(30°) = 0.5$ (電卓)

$\cos(30°) = 0.866025273$

$\cos(30°) = 0.866025403$ (電卓)

$\tan(30°) = 0.577350333$

$\tan(30°) = 0.577350269$ (電卓)

45°

$\sin(45°) = 0.707106454$

$\sin(45°) = 0.707106781$ (電卓)

$\cos(45°) = 0.707103233$

$\cos(45°) = 0.707106781$ (電卓)

$\tan(45°) = 1.000004555$

$\tan(45°) = 1.000000000$ (電卓)

計算時間凡そ 12(sec)

10° では 8 桁迄は正しく計算されるがこれを超えると精度は落ちてくる．30° では 6 桁迄、45° では 5 桁迄しか正しくない。

大きな角 (度) に対しては例えば倍角公式を用いたり

$$\sin(2x+d) = 2\sin(x)\cos(x)\cos(d) + \sin(d)(1-2\sin^2(x)) \quad ,d=0,1$$

$$\sin(3x) = 3\sin(x) - 4\sin^3(x)$$

$$\sin(3x+d)=\sin(3x)\cos(d)+\sin(d)\cos(3x) \quad ,d=\pm 1$$

和の公式を利用するなり

$$\begin{aligned}
\sin(30+x)&=0.5\cos(x)+(\sqrt{3}/2)\sin(x) \quad (0\le x<15)\\
\cos(30+x)&=(\sqrt{3}/2)\cos(x)-0.5\sin(x) \quad (0\le x<15)\\
\sin(45+x)&=1/\sqrt{2}(\sin(x)+\cos(x))\\
\cos(45+x)&=1/\sqrt{2}(\cos(x)-\sin(x))
\end{aligned}$$

しなければならないだろうが、そのためにはまず多倍長の実数の四則演算を実装すべきなのかもしれない (TEX でやることでもないか？)。

2 source $\sin\theta \quad \cos\theta \quad \tan\theta$

```
%----------------------------------------------------------------------------
%   基数^k   1000000000^k   設定
%----------------------------------------------------------------------------
\newcount\ncnt@
\def\SETPARAM#1{%
   \edef\RADIX{#1}%   基数
   \newcount\ccnt\ccnt=0
   \edef\BASE{1}
   \ncnt@=0\relax
   \@whilenum\ncnt@<8\do{%
      \@MUL\ncnt@{\RADIX}\@@@nn%         9k
      \@ADD\@@@nn{\RADIX}\@@@nn\relax%   9k+9
      \@whilenum\ccnt<\@@@nn\do{
         \edef\BASE{\BASE0}%
         \advance\ccnt\@ne\relax%
      }%
      %   この csname 宣言と同時に値を設定が可能
      %   expandafter は必須
      \expandafter\xdef\csname BASE@(\number\ncnt@)\endcsname{\BASE}%   csname
      \advance\ncnt@\@ne%
   }
   %----------------------------------------------------------------------------
   %   sin and cos Taylor series expansion coefficients
   %----------------------------------------------------------------------------
   \edef\RADIX{9}%
   \ccnt=0
   \edef\BASE@{\csname BASE@(0)\endcsname}%   csname
   \edef\FAC{1}
%
   \ccnt=1\relax%
   \@whilenum\ccnt<13\do{%
      \MUL\FAC{\number\ccnt}\FAC%
      \DIV\BASE@{\FAC}\a\b%
      %  expandafter は必須
```

```
      \expandafter\xdef\csname COEFFICIENT@(\number\ccnt)\endcsname{\a}%  csname
      \advance\ccnt\@ne%
   }
   \expandafter\xdef\csname COEFFICIENT@(0)\endcsname{\csname COEFFICIENT@(1)\endcsname}%   0!=1
}
\newcount\ncnt%
%------------------------------- \SINCOSTAN ------------------------
%   2011/01/05   完成
%
\def\SINCOSTAN#1#2#3#4{%
   \edef\sita{#1}%
   %--------- x --------
   \MUL\sita\DtoR\xrad%   xrad=sita*\BASE   x (=xrad)
   \edef\@xrad{1}%
   \edef\sign@@{-1}
   \edef\cos@val{1}%
   \edef\sin@val{}%
   \ncnt=0\relax%   relax 必須
   %-----------------------------------------------------------------
   \@whilenum\ncnt<8\do{%   8 -> x^7/7! 迄計算する
      \edef\nnn{\number\ncnt}%
      %------------------  cosine  -----------------------------
      \edef\@COEF{\csname COEFFICIENT@(\nnn)\endcsname}%   x^2/2!
      \edef\@BBB{\csname BASE@(\nnn)\endcsname}%
      \MUL\@xrad\@COEF\@cosx%        x^k/k!
      \fdiv[\precision]\@cosx\@BBB\aa\bb%   桁数は \precision
      \xdef\@@cos{\aa\bb}%
%
      \@SUPZERO\@@cos\@@cos%   必須
      \@MUL\sign@@{\m@ne}\sign@@%
%
      \ifnum\sign@@>0
         \@LADD\cos@val\@@cos\cos@val%
      \else
         \@LSUB\cos@val\@@cos\cos@val%
      \fi
%
      \MUL\@xrad\xrad\@xrad%      x * x^1
      \advance\ncnt\@ne\relax
%      -------------------------------------------------------------
      \@MUL\sign@@{\m@ne}\sign@@%    符号を元に戻すため
      %---------------------   sine   -------------------------
      \edef\nnn{\the\ncnt}%
      \edef\@COEF{\csname COEFFICIENT@(\nnn)\endcsname}%   x/1!
      \edef\@BBB{\csname BASE@(\nnn)\endcsname}%
      \MUL\@xrad\@COEF\@sinx%        x^k/k!
      \fdiv[\precision]\@sinx\@BBB\aa\bb%   桁数は \precision
      \xdef\@@sin{\aa\bb}%
      \@SUPZERO\@@sin\@@sin%   必須
```

```
      \@MUL\sign@@{\m@ne}\sign@@%
%
      \ifnum\sign@@<0
         \@LSUB\sin@val\@@sin\sin@val%
      \else
         \@LADD\sin@val\@@sin\sin@val%
      \fi
%
      \MUL\@xrad\xrad\@xrad%   x * x^1
      \advance\ncnt\@ne%
%      ------------------------------------------------------------
   }
   \fdiv[9]\sin@val\BASE@\a\b%
   \edef#2{\a.\b}%
   \fdiv[9]\cos@val\BASE@\a\b%
   \edef#3{\a.\b}%
   %   tan(x)=sin(x)/cos(x)
   \fdiv[9]\sin@val\cos@val\tan@int\tan@dec%
   \edef#4{\tan@int.\tan@dec}%
   \ncnt=\@ne\relax%
}
```